Ryszard Bartnik
Politechnika Opolska, Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki, Katedra Zarządzania Energetyką
Adam Juszczak
ArcelorMittal Poland S.A. Oddział Zdzieszowice
Doktorant Studiów Doktoranckich na Wydziale Mechanicznym Politechniki Opolskiej

Modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej skojarzonych źródeł ciepła i energii elektrycznej, ich wartości rynkowej oraz analizy i wyceny rynku ciepła przez nie zasilanego

Mathematical models with continuous time economic and technical efficiency analysis of combined heat and electric energy generation sources, their market value and the analysis and valuation of the heat market provided by them

W pracy przedstawiono, co istotne, oryginalną metodykę i modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej skojarzonych źródeł ciepła i energii elektrycznej, ich wartości rynkowej oraz analizy i wyceny rynku ciepła przez nie zasilanego. Do tej pory w literaturze przedmiotu znane i stosowane były jedynie zapisy dyskretne mierników efektywności ekonomicznej inwestycji, które mają szereg istotnych wad, a których pozbawione są już zapisy w czasie ciągłym [1, 2, 9]. Co więcej, przedstawione w niniejszej pracy modele mają charakter ogólny, gdy podstawi się bowiem w nich za produkcję ciepła wartość zero, otrzymuje się modele dla elektrowni [2, 9], gdy natomiast wyzeruje się produkcję energii elektrycznej, otrzymuje się modele dla ciepłowni.

W Polsce już od lat pięćdziesiątych ubiegłego wieku zwracano dużą uwagę na istotne korzyści z rozwoju kogeneracji, co i ostatnio znalazło swój wyraz w podpisanej w kwietniu 2014 roku nowelizacji Prawa energetycznego, przedłużającą do końca 2018 r. system wsparcia dla wytwarzania energii elektrycznej w instalacjach wysokosprawnej kogeneracji. Skojarzona gospodarka cieplno-elektrycznej w oparciu o zapotrzebowanie na ciepło użytkowe jest bowiem jednym z najważniejszych sposobów ekologicznego i ekonomicznego jego wytwarzania. Jest bowiem źródłem dużych oszczędności w zużyciu paliw pierwotnych. Wspieranie rozwoju produkcji energii elektrycznej i ciepła w skojarzeniu jest także od kilku lat, i słusznie, celem polityki energetycznej Unii Europejskiej. Wyrazem tego jest Dyrektywa 2004/8/WE. Także przyjęta przez Parlament Europejski dyrektywa 2012/27/UE w dniu 25 października 2012 r. w sprawie efektywności energetycznej uznaje kogenerację za jeden ze środków do zapewnienia realizacji wymogów Unii Europejskiej w zakresie polityki energetyczno-klimatycznej. Polska jest jednym z krajów, w których udział produkcji ciepła w układach skojarzonych w łącznej produkcji ciepła w źródłach scentralizowanych kształtuje się na relatywnie wysokim poziomie. W 2011 roku wyniósł on ok. 64% ciepła wytworzonego ogółem, co pozwala rocznie w skali kraju spalać o kilkanaście procent węgla mniej. Choć jest to liczba znacząca, to pozostaje jednak jeszcze bardzo duży zakres do wykorzystania przez kogenerację, co jest konieczne. Zobowiązanie bowiem do redukcji gazów cieplarnianych przez polską gospodarkę, bazującą na energii elektrycznej wytwarzanej z węgli kamiennego i brunatnego, jest kosztowne, i prowadzi do jej dużego osłabienia. Należy przy tym zaznaczyć, co bardzo istotne, że węgiel, którego zasoby w kraju są duże pozostanie dalej, i słusznie, podstawowym paliwem w krajowej energetyce. Ważne jest zatem, aby politykę energetyczną, i nie tylko, w kraju prowadzić tak, by ponosić jak najmniejsze koszty dostosowania się do unijnych wymogów klimatycznych [11]. Wsparcie dla wytwarzania energii elektrycznej

w instalacjach wysokosprawnej kogeneracji ma sprzyjać budowie nowych, wysokosprawnych źródeł kogeneracyjnych oraz modernizacji istniejących. Co więcej, zgodnie z podjętą 10 listopada 2009 roku przez Radę Ministrów uchwałą dotycząca „Polityki energetycznej Polski do 2030 roku" [12], wielkość produkcji energii elektrycznej wyprodukowanej w wysokosprawnej kogeneracji ma zostać niemal podwojona z poziomu 24,4 TWh w 2006 r. do 47,9 TWh w 2030 r. Udział tej energii w całkowitej jej produkcji wyniesie wówczas 22% (w 2006 r. udział ten wynosił 16,2%). Założony cel ma zostać osiągnięty poprzez budowę nowych źródeł kogeneracyjnych i modernizację istniejących oraz zastąpienie nimi do 2030 r. wszystkich komunalnych i przemysłowych ciepłowni.

Niewyrażona *expressis verbis* wymowa powyższych faktów pokazuje na konieczność opracowania metodyki i modeli matematycznych opisujących przestrzeń funkcyjną zjawisk techniczno-ekonomicznych zachodzących w procesach skojarzonego wytwarzania elektryczności i ciepła w celu ich analizy. Konieczne jest znalezienie odpowiedzi m.in. na następujące fundamentalne pytanie. Jaki jest ekonomicznie uzasadniony poziom produkcji energii elektrycznej w stosunku do produkcji ciepła w jego źródłach, a więc jaka jest optymalna wartość tzw. wskaźnika skojarzenia, która zależy od technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej? Jak na tę wartość wpływają relacje cenowe pomiędzy nośnikami energii i, co istotne, ich zmiany w czasie, a także zmiany w czasie wartości jednostkowych, taryfowych opłat za korzystanie ze środowiska naturalnego oraz, co bardzo istotne, koszt zakupu pozwoleń na emisję CO_2? Jakie więc technologie skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej są i będą najbardziej ekonomicznie opłacalne? Kolejne pytanie, czy warto modernizować już istniejące skojarzone źródła ciepła i energii elektrycznej, a jeśli tak, to do jakich technologii?

Przeprowadzenie wielowariantowych techniczno-ekonomicznych analiz za pomocą przedstawionych w pracy modeli z czasem ciągłym pozwoli znaleźć odpowiedzi na powyższe, i nie tylko, pytania.

Modele matematyczne z czasem ciągłym analizy jednostkowych kosztów wytwarzania ciepła, wyceny rynku ciepła oraz wartości rynkowej elektrociepłowni go zasilających

Głównym celem prowadzenia każdej działalności gospodarczej jest przynoszenie zysku. Aby go osiągnąć konieczne są odpowiednie strategie inwestycyjne. Strategie inwestycyjne to decyzje, które mają fundamentalny wpływ na kondycję finansową inwestorów. Oznaczają ponoszenie nakładów, wiążą na wiele lat środki przeznaczone na ich finansowanie, przynoszą efekty z pewnym opóźnieniem, charakteryzują się ryzykiem. Podejmując decyzję inwestycyjną należy w sposób niezwykle uważny przeanalizować każdy z rozważanych projektów inwestycyjnych w celu dokonania właściwej oceny i właściwego wyboru, uwzględniając przy tym różne elementy tych projektów, w tym w pierwszym rzędzie aspekty ryzyka i niepewności, zwłaszcza w niestabilnych warunkach gospodarczych. Finansowa opłacalność jest więc dla inwestora najważniejszym kryterium oceny inwestycji. Oznacza to, że przed podjęciem decyzji o zaangażowaniu środków kapitałowych inwestor musi mieć pewność, że stopa zwrotu zainwestowanego kapitału będzie odpowiednio duża. Jeśli tak nie będzie, inwestor nie podejmie żadnej decyzji inwestycyjnej. Odpowiedź na pytanie, jak duża jest opłacalność ekonomiczna inwestycji w źródła ciepła i energii elektrycznej, i nie tylko, dają obliczone dla niej wartości mierników oceny efektywności ekonomicznej. Należą do nich m.in. wartość rynkowa elektrociepłowni oraz wartość rynku ciepła i energii elektrycznej przez nie zasilanego [1, 2, 9]. To wartości tych mierników, które zależą od wysokości kosztów wytwarzania ciepła w elektrociepłowni i wysokości przychodu ze sprzedaży wyprodukowanej w nich energii elektrycznej (przychód ten, to tzw. koszt uniknięty produkcji ciepła), decydują o strategii inwestycyjnej w skojarzone źródła ciepła i energii elektrycznej. Wysokość kosztów i wysokość produkcji energii elektrycznej zależą od technologii skojarzonego wytwarzania ciepła i elektryczności.

Wartość rynkowa elektrociepłowni J_{rw}, to cena jej sprzedaży/zakupu przez jej właściciela/nabywcę, przy której zarówno właściciel jak i nabywca osiągają satysfakcjonujący ich zysk. Wartość rynku ciepła i energii elektrycznej, i nie tylko, to natomiast wyrażony w pieniądzu zysk NPV, jaki można osiągnąć lokując na nim środki finansowe. Podstawowym kryterium wyceny wartości dowolnych przedsiębiorstw, a więc także źródeł ciepła i energii elektrycznej, powinna być osiągana stopa oprocentowania IRR inwestowanego kapitału [1, 2, 9]. Satysfakcjonujący zysk dla kupującego lub budującego elektrociepłownię, zwanym dalej IPP (*Independent Power Producer*), to zatem odpowiednia wysokość stopy oprocentowania IRR_{rw}^{IPP} kapitału J_{rw}, jaki zamierza w nią zainwestować. Oprocentowanie to powinno być większe od oprocentowania, jakie mógłby osiągnąć lokując środki finansowe J_{rw} na rynku kapitałowym. Satysfakcjonujący zysk dla sprzedającego elektrociepłownię, to odpowiednia wysokość udziału v_m (tzw. względna wartość rynku) we współwłasności elektrociepłowni, jaką chce zachować dla siebie. Wielkości IRR_{rw}^{IPP} i v_m są ze sobą ściśle powiązane. Kupując elektrociepłownię *IPP* przejmuje także, proporcjonalnie do swojego udziału $(1 - v_m)$ w jej współwłasności, zobowiązania finansowe związane z kredytem zaciągniętym na jej budowę. Jak już zaznaczono wartości wymienionych mierników zależą od kosztu wytwarzania ciepła w elektrociepłowni.

Modele matematyczne bez uwzględnienia nakładów inwestycyjnych na modernizację elektrociepłowni

Wartość rynkowa elektrociepłowni bez uwzględnienia nakładów inwestycyjnych na jej modernizację

Fundamentalną zależnością, za pomocą której wyznacza się wartość rynkową dowolnych przedsiębiorstw, a więc i elektrociepłowni, jest równanie na wewnętrzną stopę zwrotu IRR z kapitału inwestycyjnego [1, 2, 9]:

$$\int_0^T \left[F + A + \left(S_R - K_e - F - A\right)\left(1 - p\right)\left(1 - v_m\right)\right] \mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP} t} dt = \\ = \int_0^T \left[F(IRR_p^{IPP}) + R(IRR_p^{IPP})\right] \mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP} t} dt. \quad (1)$$

gdzie:

A – rata amortyzacji,

F – zmienne w czasie odsetki (koszty finansowe) od środków inwestycyjnych; odsetki F są nieznaną funkcją zmiennych w czasie rat R; $F = F[R(t)]$,

K_e – zmienne w czasie roczne koszty eksploatacji,

p – stopa podatku dochodowego,

R – zmienna w czasie rata spłaty kredytu,

S_R – zmienny w czasie przychód,

t – czas,

T – wyrażony w latach kalkulacyjny okres eksploatacji elektrociepłowni,

v_m – względna wartość rynku ciepła ($0 \leqslant v_m \leqslant 1$); jest to procentowa wartość udziału dotychczasowego właściciela we współwłasności z IPP w sprzedanej mu elektrociepłowni.

W równaniu (1) i wszystkich zależnościach w niniejszej pracy zachowano takie same oznaczenia i scenariusze zmian w czasie kosztów eksploatacji, kosztów kapitałowych i przychodów ze sprzedaży ciepła i energii elektrycznej, jak w pracach [1–9].

Po scałkowaniu zależności (1) otrzymuje się:

- **wartość rynkowa elektrociepłowni J_{rw}** (wzór poniższy zapisano dla ogólnego przypadku, tj. dla sytuacji, gdy w obliczeniach jest uwzględniany również podatek dochodowy o stopie podatkowej p od zysku brutto)

$$
\begin{aligned}
J_{rw,p} = \Bigg\{ & E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{el} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& + Q_R e_c^{t=0} \frac{1}{a_c - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_c - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{pal} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{CO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{CO} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_X} p_{NO_X}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_X} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{NO_X} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{SO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{1}{a_{pył} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(a_{pył} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} (1 - u) \rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP}} [\mathrm{e}^{(b_{CO_2} - IRR_{p,rw}^{IPP})T} - 1] + \\
& - J(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{IRR_{p,rw}^{IPP}} (1 - \mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP} T}) \Bigg\} \frac{(1-p)(1-v_m)}{A}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

przy czym

$$
\begin{aligned}
A = & \frac{(1 + IRR_{p,rw}^{IPP})^{b+1} - 1}{(b+1) IRR_{p,rw}^{IPP}} \left(1 + \frac{1 - \mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP} T}}{T} \right) + \frac{(1+r)^{b+1} - 1}{(b+1) r} \\
& \left[\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}} + \frac{1 - \mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP} T}}{T} \left(\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}} + \frac{1}{IRR_{p,rw}^{IPP}} - \frac{r}{(IRR_{p,rw}^{IPP})^2} \right) \right] [(1-p)(1-v_m) - 1]
\end{aligned}
\tag{3}
$$

gdzie:

$a_{el}, a_C, a_{pal}, a_{CO_2}, a_{CO}, a_{SO_2}, a_{NO_X}, a_{pył}, b_{CO_2}$ – wykładniki eksponent, tzw. sterowania,

b – okres trwania budowy elektrociepłowni wyrażony w latach,

$e_{el}^{t=0}, e_c^{t=0}, e_{pal}^{t=0}, e_{CO2}^{t=0}, p_{CO2}^{t=0}$, itd. – początkowe wartości cen energii elektrycznej, ciepła, paliwa, zakupu pozwoleń na emisję CO_2, taryfowych opłat środowiskowych,

$E_{el,R}$ – roczna produkcja netto energii elektrycznej w elektrociepłowni, MWh/a,

$IRR_{p,rw}^{IPP}$ – żądana przez IPP wartość stopy oprocentowania kapitału $J_{rw,p}$ przy uwzględnieniu podatku dochodowego od zysku brutto, tj. dla $p \neq 0$,

J – nakłady inwestycyjne poniesione na budowę elektrociepłowni, PLN,

$p_{CO_2}, p_{CO}, p_{NO_X}, p_{SO_2}, p_{pył}$ – jednostkowe stawki za emisję CO_2, CO, NO_x, SO_2, pyłu, PLN/kg,

Q_R – roczna produkcja netto ciepła w elektrociepłowni, GJ/a,

r – stopa oprocentowania kapitału inwestycyjnego,

h_c – sprawność energetyczna netto wytwarzania ciepła i energii elektrycznej w elektrociepłowni,

T – wyrażony w latach kalkulacyjny okres eksploatacji elektrociepłowni,

u – udział energii chemicznej paliwa w całkowitym jej rocznym zużyciu, dla którego nie jest wymagany zakup pozwoleń na emisję CO_2,

$x_{wu,m,od}$ – współczynnik uwzgledniający koszty wody uzupełniającej, materiałów pomocniczych, odprowadzania ścieków, składowania żużla, odpadów (w praktyce wartość $x_{wu,m,od}$ wynosi ok. 0,25),

$x_{pl,p,ub}$ – współczynnik uwzgledniający koszty płac, podatków, ubezpieczeń itd. (w praktyce wartość $x_{pl,p,ub}$ wynosi ok. 0,02),

d_{rem} – roczna stopa kosztów stałych zależnych od nakładów inwestycyjnych poniesionych na budowę elektrociepłowni (koszty konserwacji, remontów urządzeń),

$\rho_{CO_2}, \rho_{CO}, \rho_{NO_X}, \rho_{SO_2}, \rho_{pył}$ – emisje CO_2, CO, NO_x, SO_2, pyłu na jednostkę energii chemicznej paliwa, kg/GJ (wielkości te zależą od zastosowanego paliwa).

Wartość rynkowa elektrociepłowni J_{rw} jest funkcją względnej wartości rynku v_m, stóp r i IRR_{rw}^{IPP}, cen nośników energii oraz opłat środowiskowych. Wartość J_{rw} jest wyliczana z (2) przy założeniu, że nie jest osiągany zysk z pracy elektrociepłowni, a więc podatek dochodowy od zysku brutto jest równy zero, czyli stopa $p = 0$. Roczny zysk jaki osiąga inwestor IPP jest już jednak zyskiem po opodatkowaniu i IPP może żądać, by wartość oprocentowania kapitału zainwestowanego w zakup elektrociepłowni obliczać dla zysku netto [1, 2]. Uwzględniając zatem podatek dochodowy od zysku brutto, wewnętrzną stopę zwrotu $IRR_{p,rw}^{IPP}$ należy, jak już wyżej zaznaczono, wyznaczać z (2) przy $p \neq 0$ (obecnie w Polsce $p = 19\%$). W tej sytuacji na przykład dla żądanej przez IPP wartości $IRR_{p,rw}^{IPP}$ równej IRR_{rw}^{IPP} i dla tej samej względnej wartości rynku v_m maleje cena zakupu elektrociepłowni z wartości J_{rw} do wartości $J_{rw,p}$. Gdy natomiast $J_{rw} = J_{rw,p}$ i $IRR_{rw}^{IPP} = IRR_{p,rw}^{IPP}$, to maleje względna wartości rynku v_m i rośnie zysk NPV^{IPP} dla IPP.

Gdy we wzorze (2) za $J_{rw,p}$ podstawi się rzeczywiste nakłady finansowe J poniesione na budowę elektrociepłowni oraz przy założeniu, że z eksploatacji elektrociepłowni nie jest osiągany zysk, a więc $p = 0$, to dla $v_m = 0$ otrzymuje się wartość całkowitego oprocentowania IRR (IRR oczywiście nie zależy od v_m), jakie przynosi kapitał J [1]. Oczywiście musi zachodzić zależność $IRR_{rw}^{IPP} \leq IRR$ (gdy $IRR_{rw}^{IPP} = IRR$, wówczas jedynym właścicielem elektrociepłowni jest IPP). W przeciwnym wypadku rynek ciepła dla IPP jest całkowicie nieatrakcyjny.

Wartość rynku ciepła bez uwzględnienia nakładów inwestycyjnych na modernizację elektrociepłowni

Fundamentalną zależnością, za pomocą której wyznacza się wartość rynku zasilanego w dowolne towary przez dowolne przedsiębiorstwo, a więc i wartość rynku ciepła zasilanego przez elektrociepłownię, jest równanie na całkowity zysk NPV, jaki się osiąga z jej eksploatacji przez okres T lat [1, 2, 9]:

$$NPV = \int_0^T \left[S_R - K_e - F - R - \left(S_R - K_e - F - A\right)p\right] e^{-rt} dt . \tag{4}$$

Zysk jaki osiąga IPP wyznacza się z równania:

$$NPV^{IPP} = \\ = \left(1 - v_m\right)\int_0^T \left[S_R - K_e - F - R - \left(S_R - K_e - F - A\right)p\right] e^{-rt} dt . \tag{5}$$

Po scałkowaniu (5) otrzymuje się:

- **wartość rynku ciepła dla *IPP***

$$\begin{aligned}
NPV^{IPP} &= \\
&= \Bigg\{ E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r}[e^{(a_{el}-r)T} - 1] + Q_R e_c^{t=0} \frac{1}{a_c - r}[e^{(a_c - r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c}(1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal} - r}[e^{(a_{pal}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2} - r}[e^{(a_{CO_2}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO} - r}[e^{(a_{CO}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{NO_X} p_{NO_X}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_X} - r}[e^{(a_{NO_X}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2} - r}[e^{(a_{SO_2}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c} \rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{1}{a_{pył} - r}[e^{(a_{pył}-r)T} - 1] + \\
&- \frac{E_{el,R} + Q_R}{\eta_c}(1 - u)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2} - r}[e^{(b_{CO_2}-r)T} - 1] + \\
&- J(1 - e^{-rT})(1 + x_{pl,p,ub}) \frac{\delta_{rem}}{r} - Jz\left(\frac{1 - e^{-rT}}{T} + 1\right) \Bigg\}(1 - p)(1 - v_m).
\end{aligned} \tag{6}$$

gdzie:

z – współczynnik dyskontujący (współczynnik zamrożenia) nakłady inwestycyjne J poniesione na budowę elektrociepłowni na moment jej zakończenia [1].

Wzór na całkowitą wartość rynku NPV wyznacza się z (6) dla $v_m = 0$. Wartość rynku dla sprzedającego elektrociepłownię wynosi $NPV\, v_m$.

Jednostkowy koszt produkcji ciepła bez uwzględnienia nakładów inwestycyjnych na modernizację elektrociepłowni

Średni jednostkowy koszt produkcji ciepła w elektrociepłowni $k_{c,śr}$ w okresie T lat jej eksploatacji wyznacza się z (6) z warunku $NPV^{IPP} = 0$ przy $a_c = 0$:

$$\begin{aligned}
k_{c,śr} &= \\
&= \frac{\sigma_R + 1}{\eta_c (1 - e^{-rT})} \Bigg\{ (1 + x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{r}{a_{pal} - r}[e^{(a_{pal}-r)T} - 1] + \\
&+ \rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{r}{a_{CO_2} - r}[e^{(a_{CO_2}-r)T} - 1] + \\
&+ \rho_{CO} p_{CO}^{t=0} \frac{r}{a_{CO} - r}[e^{(a_{CO}-r)T} - 1] + \\
&+ \rho_{NO_X} p_{NO_X}^{t=0} \frac{r}{a_{NO_X} - r}[e^{(a_{NO_X}-r)T} - 1] + \\
&+ \rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{r}{a_{SO_2} - r}[e^{(a_{SO_2}-r)T} - 1] + \\
&+ \rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{r}{a_{pył} - r}[e^{(a_{pył}-r)T} - 1] + \\
&+ (1 - u)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{r}{b_{CO_2} - r}[e^{(b_{CO_2}-r)T} - 1] \Bigg\} + \\
&+ i(1 + x_{pl,p,ub})\delta_{rem} + \frac{rzi}{(1 - e^{-rT})}\left[(1 - e^{-rT})\frac{1}{T} + 1\right] + \\
&- \frac{r\sigma_R e_{el}^{t=0}}{(a_{el} - r)(1 - e^{-rT})}[e^{(a_{el}-r)T} - 1]
\end{aligned} \tag{7}$$

gdzie:

i – jednostkowe nakłady inwestycyjne poniesione na budowę elektrociepłowni,

$\sigma_R = \dfrac{E_{el,R}}{Q_R} \geq 0$ – roczny wskaźnik skojarzenia.

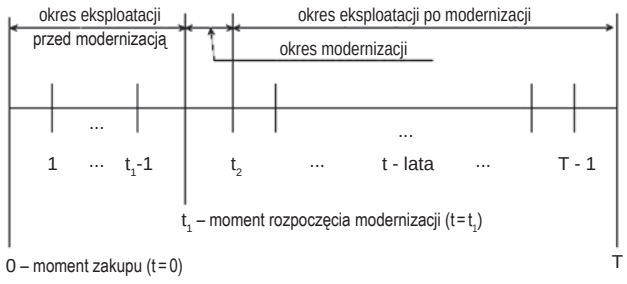
Wartość kosztu $k_{c,śr}$ może być nawet ujemna dzięki kosztowi uniknięte mu, który jest równy ze znakiem minus przychodowi ze sprzedaży energii elektrycznej wyprodukowanej w elektrociepłowni

$$- E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el} - r}[e^{(a_{el}-r)T} - 1] .$$

Koszt uniknięty może bowiem przewyższać roczne koszty eksploatacji i koszt kapitałowy działania elektrociepłowni.

Modele matematyczne uwzględniające nakłady inwestycyjne na modernizację elektrociepłowni

Na rysunku 1 przedstawiono diagram czasowy, jakim posłużono się do zbudowania modelu matematycznego służącego do analizy efektywności ekonomicznej zmodernizowanej elektrociepłowni.



Rys. 1. Diagram czasowy pracy zmodernizowanej elektrociepłowni

Przedziały czasu $\langle 0, t_1\rangle$, $\langle t_1, t_2\rangle$, $\langle t_2, T\rangle$ reprezentują kolejno lata eksploatacji elektrociepłowni przed, w trakcie i po jej modernizacji.

Rynkowa wartość elektrociepłowni uwzględniająca nakłady inwestycyjne na jej modernizację

Fundamentalną zależnością, za pomocą której wyznacza się rynkową wartość elektrociepłowni z uwzględnieniem nakładów inwestycyjnych na jej modernizację jest równanie na wewnętrzną stopę zwrotu IRR [1, 2, 9]:

$$\begin{aligned}
&\int_0^{t_1}[F(r)+A(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt+\\
&+\left\{\int_0^{t_1}[S-K_e-F(r)-A(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt\right\}(1-p)(1-v_m)+\\
&+\int_{t_1}^{t_2}[F(r)+A(r)+F^M(r)+A^M(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt+\left\{\int_{t_1}^{t_2}[S^M-K_e^M+\right.\\
&\left.-F(r)-A(r)-F^M(r)-A^M(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt\right\}(1-p)(1-v_m)+\\
&+\int_{t_2}^{T}[F(r)+A(r)+F^M(r)+A^M(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt+\left\{\int_{t_2}^{T}[S^{\mathrm{mod}}-K_e^{\mathrm{mod}}+\right.\\
&\left.-F(r)-A(r)-F^M(r)-A^M(r)]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt\right\}(1-p)(1-v_m)=\\
&=\int_0^{T}[F(IRR_p^{IPP})+R(IRR_p^{IPP})]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt+\\
&+\int_{t_1}^{T}[F^M(IRR_p^{IPP})+R^M(IRR_p^{IPP})]\mathrm{e}^{-IRR_p^{IPP}t}dt.
\end{aligned} \tag{8}$$

przy czym $$F^M \equiv F^M(r)=r[J_M-(t-1)R^M], \tag{9}$$

$$F^M(IRR_p^{IPP})=IRR_p^{IPP}[J_M-(t-1)R^M], \tag{10}$$

$$A^M=R^M=\frac{J_M}{T-t_1}. \tag{11}$$

J_M – nakłady inwestycyjne na modernizację elektrociepłowni.

Po scałkowaniu (8) otrzymuje się:

- **wartość rynkowa elektrociepłowni J_{rw}** uwzględniająca nakłady inwestycyjne J_M na jej modernizację (wzór poniższy, tak jak (2) zapisano dla ogólnego przypadku, tj. dla sytuacji, gdy w obliczeniach jest uwzględniany również podatek dochodowy o stopie podatkowej p od zysku brutto)

$$\begin{aligned}
&J_{rw,p}\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\right)-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[1-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)\right]\right\}+\\
&+\left\{E_{el,R}e_{el}^{t=0}\frac{1}{a_{el}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{el}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+Q_Re_c^{t=0}\frac{1}{a_c-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_c-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+\right.\\
&-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1+x_{wu,m,od})e_{pal}^{t=0}\frac{1}{a_{pal}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{pal}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+\\
&-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO_2}p_{CO_2}^{t=0}\frac{1}{a_{CO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{CO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO}\,p_{CO}^{t=0}\frac{1}{a_{CO}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{CO}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+\\
&-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{NO_X}p_{NO_X}^{t=0}\frac{1}{a_{NO_X}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{NO_X}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{SO_2}p_{SO_2}^{t=0}\frac{1}{a_{SO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{SO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+\\
&-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{pył}p_{pył}^{t=0}\frac{1}{a_{pył}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(a_{pył}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]-\frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1-u)\rho_{CO_2}e_{CO_2}^{t=0}\frac{1}{b_{CO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP}}[\mathrm{e}^{(b_{CO_2}-IRR_{p,rw}^{IPP})t_1}-1]+\\
&-J(1+x_{pł,p,ub})\frac{\delta_{rem}}{IRR_{p,rw}^{IPP}}(1-\mathrm{e}^{IRR_{p,rw}^{IPP}t_1})-J_{rw}\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\right)+\right.
\end{aligned} \tag{12}$$

$$
-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[1-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)\right]\Bigg\}\Bigg\}(1-p)(1-v_m)+
$$

$$
+J_{rw,p}\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)\right]\right\}+
$$

$$
+J_M\left\{\left[\frac{r}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}\right]\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{(T-t_1)(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)\right]\right\}+
$$

$$
+\left\{E_{el,R}^{M}e_{el}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{el}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{el}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{el}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+Q_R^{M}e_c^{M,t=t_1}\frac{1}{a_c^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_c^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_c^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+\right.
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}e_{pal}^{M,t=t_1}(1+x_{wu,m,od})\frac{1}{a_{pal}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{pal}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{pal}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\rho_{CO_2}p_{CO_2}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\rho_{CO}p_{CO}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{CO}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{CO}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{CO}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\rho_{NO_X}p_{NO_X}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{NO_X}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{NO_X}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{NO_X}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\rho_{SO_2}p_{SO_2}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{SO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{SO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{SO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\rho_{pył}p_{pył}^{M,t=t_1}\frac{1}{a_{pył}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{pył}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(a_{pył}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{E_{el,R}^{M}+Q_R^{M}}{\eta_c^{M}}\left(1-u^{M}\right)\rho_{CO_2}e_{CO_2}^{M,t=t_1}\frac{1}{b_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(b_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}-\mathrm{e}^{\left(b_{CO_2}^{M}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_1}\right]+
$$

$$
-\frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^{M}}{IRR_{p,rw}^{IPP}}\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\right)-J_{rw}\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)\right]\right\}+
$$

$$
-J_M\left\{\left[\frac{r}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}\right]\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{(T-t_1)(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_1+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)\right]\right\}\Bigg\}(1-p)(1-v_m)+
$$

$$
+J_{rw,p}\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}T+1\right)\right]\right\}+
$$

$$
+J_M\left\{\left[\frac{r}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}\right]\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right)+\right.
$$

$$
\left.-\frac{r}{(T-t_1)(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}T+1\right)\right]\right\}+
$$

$$
+\left\{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}e_{el}^{\mathrm{mod},t=t_2}\frac{1}{a_{el}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{el}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{el}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+Q_R^{\mathrm{mod}}e_c^{\mathrm{mod},t=t_2}\frac{1}{a_c^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_c^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_c^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\right.
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\, e_{pal}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,(1+x_{wu,m,od})\,\frac{1}{a_{pal}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{pal}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{pal}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\,\rho_{CO_2}\,p_{CO_2}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{a_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\,\rho_{CO}\,p_{CO}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{a_{CO}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{CO}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{CO}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\,\rho_{NO_X}\,p_{NO_X}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{a_{NO_X}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{NO_X}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{NO_X}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\,\rho_{SO_2}\,p_{SO_2}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{a_{SO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{SO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{SO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\,\rho_{pył}\,p_{pył}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{a_{pył}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(a_{pył}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(a_{pył}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}}+Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\left(1-u^{\mathrm{mod}}\right)\rho_{CO_2}\,e_{CO_2}^{\mathrm{mod}\,t=t_2}\,\frac{1}{b_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}}\left[\mathrm{e}^{\left(b_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)T}-\mathrm{e}^{\left(b_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-IRR_{p,rw}^{IPP}\right)t_2}\right]+\\
&-\frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^{\mathrm{mod}}}{IRR_{p,rw}^{IPP}}\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right)-J_{rw}\,\frac{(1+r)^{b+1}-1}{(b+1)r}\left\{\left(\frac{r}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{T\,IRR_{p,rw}^{IPP}}\right)\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right)+\right.\\
&\left.-\frac{r}{T(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}T+1\right)\right]\right\}+\\
&-J_M\left\{\left[\frac{r}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{r}{IRR_{p,rw}^{IPP}}+\frac{1}{(T-t_1)IRR_{p,rw}^{IPP}}\right]\left(\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right)+\right.\\
&\left.-\frac{r}{(T-t_1)(IRR_{p,rw}^{IPP})^2}\left[\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_2}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}t_2+1\right)-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\left(IRR_{p,rw}^{IPP}T+1\right)\right]\right\}(1-p)(1-v_m)=\\
&=J_{rw,p}\,\frac{(1+IRR_{p,rw}^{IPP})^{b+1}-1}{(b+1)IRR_{p,rw}^{IPP}}\left(1+\frac{1-\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}}{T}\right)+J_M\left[\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_1}{T-t_1}\right)\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}t_1}-\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{T}{T-t_1}\right)\mathrm{e}^{-IRR_{p,rw}^{IPP}T}\right].
\end{aligned}
$$

Wartość rynku ciepła z uwzględnieniem nakładów inwestycyjnych na modernizację elektrociepłowni

Fundamentalną zależnością, za pomocą której wyznacza się wartość rynku ciepła zasilanego przez elektrociepłownię uwzględniającą nakłady inwestycyjne J_M na jej modernizację jest równanie na całkowity zysk NPV, jaki osiąga się z jej eksploatacji przez okres T lat [1, 2, 9]:

$$
\begin{aligned}
NPV^{IPP} &= \int_0^{t_1}\left[F+A+(S-K_e-F-A)(1-p)(1-v_m)\right]\mathrm{e}^{-rt}dt+\\
&+\int_{t_1}^{t_2}\left[F+A+F^M+A^M+\left(S^M-K_e^M-F-A-F^M-A^M\right)(1-p)(1-v_m)\right]\mathrm{e}^{-rt}dt+\\
&+\int_{t_2}^{T}\left[F+A+F^M+A^M+\left(S^{\mathrm{mod}}-K_e^{\mathrm{mod}}-F-A-F^M-A^M\right)(1-p)(1-v_m)\right]\mathrm{e}^{-rt}dt+\\
&-\int_0^T(F+R)\mathrm{e}^{-rt}dt-\int_{t_1}^{T}\left(F^M+R^M\right)\mathrm{e}^{-rt}dt=
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
&= NPV(1-v_m)=\left[\int_0^{t_1}(S-K_e-F-A)(1-p)\mathrm{e}^{-rt}dt+\int_{t_1}^{t_2}\left(S^M-K_e^M-F-A-F^M-A^M\right)(1-p)\mathrm{e}^{-rt}dt+\right.\\
&\left.+\int_{t_2}^{T}\left(S^{\mathrm{mod}}-K_e^{\mathrm{mod}}-F-A-F^M-A^M\right)(1-p)\mathrm{e}^{-rt}dt\right](1-v_m)
\end{aligned}
$$

Wzór na całkowitą wartość rynku NPV wyznacza się z (13) dla v_m = 0. Wartość rynku dla sprzedającego elektrociepłownię wynosi $NPV\,v_m$.

Po scałkowaniu (13) otrzymuje się:

- **wartość rynku ciepła dla *IPP***

$$
\begin{aligned}
NPV^{IPP} = \Bigg\{\Bigg\{ & E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{el}-r)t_1}-1\right] + Q_R e_c^{t=0} \frac{1}{a_c - r}\left[\mathrm{e}^{(a_c-r)t_1}-1\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pal}-r)t_1}-1\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO_2}-r)t_1}-1\right] - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO}\, p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO}-r)t_1}-1\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_X}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{NO_X}-r)t_1}-1\right] - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{SO_2}-r)t_1}-1\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{1}{a_{pył}-r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pył}-r)t_1}-1\right] - \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1-u)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2}-r}\left[\mathrm{e}^{(b_{CO_2}-r)t_1}-1\right] + \\
& - J(1+x_{pł,p,ub})\frac{\delta_{rem}}{r}\left(1-\mathrm{e}^{-rt_1}\right) - J_0\left[1+\frac{1}{T}-\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_1}{T}\right)\mathrm{e}^{-rt_1}\right]\Bigg\} + \\
& + \Bigg\{ E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{el}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{el}^M-r)t_1}\right] + Q_R^M e_c^{t=t_1} \frac{1}{a_c^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_c^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_c^M-r)t_1}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pal}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pal}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{pal}^M-r)t_1}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO_2}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO_2}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{CO_2}^M-r)t_1}\right] - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{CO} p_{CO}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{CO}^M-r)t_1}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{NO_X}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{NO_X}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{NO_X}^M-r)t_1}\right] - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{SO_2}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{SO_2}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(a_{SO_2}^M-r)t_1}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{pył} p_{pył}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pył}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pył}^M-r)t_1} - \mathrm{e}^{(a_{pył}^M-r)t_1}\right] - \frac{E_{el,R}^M + Q_R^M}{\eta_c^M}\left(1-u^M\right)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{b_{CO_2}^M - r}\left[\mathrm{e}^{(b_{CO_2}^M-r)t_2} - \mathrm{e}^{(b_{CO_2}^M-r)t_1}\right] + \\
& - \frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^M}{r}\left(\mathrm{e}^{-rt_1} - \mathrm{e}^{-rt_2}\right) - J_0\left[\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_1}{T}\right)\mathrm{e}^{-rt_1} - \left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_2}{T}\right)\mathrm{e}^{-rt_2}\right] + \\
& - J_M\left[\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_1}{T-t_1}\right)\mathrm{e}^{-rt_1} - \left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_2}{T-t_1}\right)\mathrm{e}^{-rt_2}\right]\Bigg\} + \\
& + \Bigg\{ E_{el,R}^{\mathrm{mod}} e_{el}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{el}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{el}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + Q_R^{\mathrm{mod}} e_c^{t=t_2} \frac{1}{a_c^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_c^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_c^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pal}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pal}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{pal}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO_2}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\rho_{CO}\, p_{CO}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{CO}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{CO}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{CO}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{NO_X}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{NO_X}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{NO_X}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{SO_2}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{SO_2}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{SO_2}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + \\
& - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\rho_{pył} p_{pył}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{a_{pył}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(a_{pył}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(a_{pył}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] - \frac{E_{el,R}^{\mathrm{mod}} + Q_R^{\mathrm{mod}}}{\eta_c^{\mathrm{mod}}}\left(1-u^{\mathrm{mod}}\right)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{\mathrm{mod},t=t_2} \frac{1}{b_{CO_2}^{\mathrm{mod}} - r}\left[\mathrm{e}^{(b_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-r)T} - \mathrm{e}^{(b_{CO_2}^{\mathrm{mod}}-r)t_2}\right] + \\
& - \frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^{\mathrm{mod}}}{r}\left(\mathrm{e}^{-rt_2} - \mathrm{e}^{-rT}\right) - J_0\left[\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_2}{T}\right)\mathrm{e}^{-rt_2} - \frac{1}{T}\mathrm{e}^{-rT}\right] + \\
& - J_M\left[\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_2}{(T-t_1)}\right)\mathrm{e}^{-rt_2} - \left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{T}{(T-t_1)}\right)\mathrm{e}^{-rT}\right]\Bigg\}\Bigg\}(1-p)(1-v_m).
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Średni jednostkowy koszt produkcji ciepła $k_{c,śr}$ w okresie T lat jej eksploatacji wyznacza się z (14) z warunku $NPV^{IPP} = 0$ przy $a_c = a_c^M = a_c^{mod} = 0$:

$$
\begin{aligned}
k_{c,śr} = \Bigg\{ & -E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el}-r}\left[e^{(a_{el}-r)t_1}-1\right] + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{t=0} \frac{1}{a_{pal}-r}\left[e^{(a_{pal}-r)t_1}-1\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{CO_2}-r}\left[e^{(a_{CO_2}-r)t_1}-1\right] + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{CO}\, p_{CO}^{t=0} \frac{1}{a_{CO}-r}\left[e^{(a_{CO}-r)t_1}-1\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{t=0} \frac{1}{a_{NO_X}-r}\left[e^{(a_{NO_X}-r)t_1}-1\right] + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{t=0} \frac{1}{a_{SO_2}-r}\left[e^{(a_{SO_2}-r)t_1}-1\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}\rho_{pył} p_{pył}^{t=0} \frac{1}{a_{pył}-r}\left[e^{(a_{pył}-r)t_1}-1\right] + \frac{E_{el,R}+Q_R}{\eta_c}(1-u)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{t=0} \frac{1}{b_{CO_2}-r}\left[e^{(b_{CO_2}-r)t_1}-1\right] + \\
& + J(1+x_{pł,p,ub})\frac{\delta_{rem}}{r}\left(1-e^{-rt_1}\right) + J_0\left[1+\frac{1}{T}-\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_1}{T}\right)e^{-rt_1}\right] + \\
& - E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M-r}\left[e^{(a_{el}^M-r)t_2}-e^{(a_{el}^M-r)t_1}\right] + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pal}^M-r}\left[e^{(a_{pal}^M-r)t_2}-e^{(a_{pal}^M-r)t_1}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO_2}^M-r}\left[e^{(a_{CO_2}^M-r)t_2}-e^{(a_{CO_2}^M-r)t_1}\right] + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{CO} p_{CO}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{CO}^M-r}\left[e^{(a_{CO}^M-r)t_2}-e^{(a_{CO}^M-r)t_1}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{NO_X}^M-r}\left[e^{(a_{NO_X}^M-r)t_2}-e^{(a_{NO_X}^M-r)t_1}\right] + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{SO_2}^M-r}\left[e^{(a_{SO_2}^M-r)t_2}-e^{(a_{SO_2}^M-r)t_1}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\rho_{pył} p_{pył}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{pył}^M-r}\left[e^{(a_{pył}^M-r)t_1}-e^{(a_{pył}^M-r)t_1}\right] + \frac{E_{el,R}^M+Q_R^M}{\eta_c^M}\left(1-u^M\right)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{M,t=t_1} \frac{1}{b_{CO_2}^M-r}\left[e^{(b_{CO_2}^M-r)t_2}-e^{(b_{CO_2}^M-r)t_1}\right] + \\
& + \frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^M}{r}\left(e^{-rt_1}-e^{-rt_2}\right) + J_0\left[\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_1}{T}\right)e^{-rt_1}-\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_2}{T}\right)e^{-rt_2}\right] + \\
& + J_M\left[\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_1}{T-t_1}\right)e^{-rt_1}-\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_2}{T-t_1}\right)e^{-rt_2}\right] + \\
& - E_{el,R}^{mod} e_{el}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{mod}-r}\left[e^{(a_{el}^{mod}-r)T}-e^{(a_{el}^{mod}-r)t_2}\right] + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}(1+x_{wu,m,od}) e_{pal}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{pal}^{mod}-r}\left[e^{(a_{pal}^{mod}-r)T}-e^{(a_{pal}^{mod}-r)t_2}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\rho_{CO_2} p_{CO_2}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{CO_2}^{mod}-r}\left[e^{(a_{CO_2}^{mod}-r)T}-e^{(a_{CO_2}^{mod}-r)t_2}\right] + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\rho_{CO}\, p_{CO}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{CO}^{mod}-r}\left[e^{(a_{CO}^{mod}-r)T}-e^{(a_{CO}^{mod}-r)t_2}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\rho_{NO_X} p_{NO_X}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{NO_X}^{mod}-r}\left[e^{(a_{NO_X}^{mod}-r)T}-e^{(a_{NO_X}^{mod}-r)t_2}\right] + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\rho_{SO_2} p_{SO_2}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{SO_2}^{mod}-r}\left[e^{(a_{SO_2}^{mod}-r)T}-e^{(a_{SO_2}^{mod}-r)t_2}\right] + \\
& + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\rho_{pył} p_{pył}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{pył}^{mod}-r}\left[e^{(a_{pył}^{mod}-r)T}-e^{(a_{pył}^{mod}-r)t_2}\right] + \frac{E_{el,R}^{mod}+Q_R^{mod}}{\eta_c^{mod}}\left(1-u^{mod}\right)\rho_{CO_2} e_{CO_2}^{mod,t=t_2} \frac{1}{b_{CO_2}^{mod}-r}\left[e^{(b_{CO_2}^{mod}-r)T}-e^{(b_{CO_2}^{mod}-r)t_2}\right] + \\
& + \frac{(J+J_M)(1+x_{pł,p,ub})\delta_{rem}^{mod}}{r}\left(e^{-rt_2}-e^{-rT}\right) + J_0\left[\left(1+\frac{1}{T}-\frac{t_2}{T}\right)e^{-rt_2}-\frac{1}{T}e^{-rT}\right] + \\
& + J_M\left[\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{t_2}{(T-t_1)}\right)e^{-rt_2}-\left(1+\frac{1}{T-t_1}-\frac{T}{(T-t_1)}\right)e^{-rT}\right]\Bigg\} \frac{r}{Q_R[1-e^{-rt_1}]+Q_R^M[e^{-rt_1}-e^{-rt_2}]+Q_R^{mod}[e^{-rt_2}-e^{-rT}]}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Przychody ze sprzedaży energii elektrycznej wyprodukowanej w elektrociepłowni ze znakiem minus

$$
-E_{el,R} e_{el}^{t=0} \frac{1}{a_{el}-r}\left[e^{(a_{el}-r)t_1}-1\right],\ -E_{el,R}^M e_{el}^{M,t=t_1} \frac{1}{a_{el}^M-r}\left[e^{(a_{el}^M-r)t_2}-e^{(a_{el}^M-r)t_1}\right],\ -E_{el,R}^{mod} e_{el}^{mod,t=t_2} \frac{1}{a_{el}^{mod}-r}\left[e^{(a_{el}^{mod}-r)T}-e^{(a_{el}^{mod}-r)t_2}\right]
$$

stanowią koszt uniknięty produkcji ciepła w elektrociepłowni.

Podsumowanie

Zaprezentowane modele matematyczne z czasem ciągłym analizy efektywności techniczno-ekonomicznej skojarzonych źródeł ciepła i energii elektrycznej, ich wartości rynkowej oraz analizy i wyceny rynku ciepła przez nie zasilanego pozwalają na szeroką analizę techniczno-ekonomiczną polskiej, i nie tylko, energetyki. Analiza techniczno-ekonomiczna gospodarki cieplno-elektrycznej wykonana za pomocą przedstawionych modeli pozwoli m.in. odpowiedzieć na następujące pytania. W jakie technologie skojarzonego wytwarzania ciepła i energii elektrycznej należy inwestować? Ile można „zarobić" inwestując na rynku ciepła? W jakim stopniu na wartość tego rynku wpływają ceny nośników energii i jednostkowe taryfy opłat za zanieczyszczanie środowiska naturalnego oraz zmiany ich wartości w czasie. Jak wpływa na wartość rynku roczny czas pracy źródeł ciepła, cena zakupu pozwoleń na emisję CO_2, nakłady inwestycyjne na modernizację elektrociepłowni? Jaka jest cena rynkowa elektrociepłowni? Itd.

PIŚMIENNICTWO

[1] Bartnik R., Bartnik B.: Rachunek ekonomiczny w energetyce, WNT, Warszawa 2014.

[2] Bartnik R., Bartnik B., Hnydiuk-Stefan A: Optimum Investment Strategy in the Power Industry. Mathematical Models. Springer, New York 2016.

[3] Bartnik R.: The Modernization Potential of Gas Turbines in the Coal-Fired Power Industry. Thermal and Economic Effectiveness, Springer-Verlag, London 2013.

[4] Bartnik R.: Elektrownie i elektrociepłownie gazowo-parowe. Efektywność energetyczna i ekonomiczna, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009 (dodruk 2012).

[5] Bartnik R., Buryn Z.: Conversion of Coal-Fired Power Plants to Cogeneration and Combined-Cycle: Thermal and Economic Effectiveness, Springer-Verlag, London 2011.

[6] Bartnik R., Bartnik B.: Model matematyczny poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce, Energetyka, nr 1, 2015.

[7] Bartnik R., Bartnik B.: Modele matematyczne z czasem ciągłym analizy i wyceny wartości rynku ciepła i energii elektrycznej oraz rynkowej wartości elektrowni i elektrociepłowni go zasilających, Energetyka, nr 7, 2015.

[8] Bartnik R.: Poszukiwanie optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce. Metodyka i wyniki przykładowych obliczeń, Energetyka, nr 10, 2015.

[9] Bartnik R., Bartnik B., Hnydiuk-Stefan A: Mierniki i modele matematyczne w zapisie z czasem ciągłym analizy efektywności ekonomicznej inwestycji w energetyce, wyceny wartości rynku ciepła i elektryczności oraz rynkowej wartości przedsiębiorstw energetycznych, Energetyka, nr 8, 2016.

[10] Chmielniak T.: Technologie energetyczne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.

[11] http://stat.gov.pl/

[12] Projekt dokumentu „Polityka energetyczna Polski do 2030 roku." Dokument przyjęty przez Radę Ministrów w dniu 10 listopada 2009 roku, Warszawa, 10 listopada 2009 r.